

Знач $p_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} p e^{i\omega t} dt$, используя

$$\psi_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \int_R \frac{E}{R} e^{i(\omega t + kR)} dV dt$$

Две переменные $\rho = e \int [\vec{r} - \vec{r}_0(t)]$

$$\psi_\omega = e \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R(t)} e^{i\omega[t + R(t)/c]} dt, \quad R(t) = |\vec{r} - \vec{r}_0(t)|$$

Аналогично

$$\vec{A}_\omega = \frac{e}{c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{V}(t)}{R(t)} e^{i\omega[t + R(t)/c]} dt \quad \text{где } \vec{V}(t) = \dot{\vec{r}}_0(t),$$

Задача 1. Общее решение неоднородного волнового уравнения

$$\square A_i = -\frac{4\pi}{c} j_i \text{ или } \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

1) Рассмотрим простейший случай - точечный заряд с центром в начале координат, $\rho = q \delta(\vec{r})$. Вслучае, кроме $R=0$, уравнение сводится к однородному, решением которого, как мы уже знаем, является задерживающаяся сферическая волна $\varphi = \frac{f(t - \frac{R}{c})}{R}$, здесь f - произвольная функция.

Ее можно найти, так, чтобы при $R \rightarrow 0$ выполнялось (1). При $R \rightarrow 0$ задерживающее R/c несущественно, $f(t - \frac{R}{c}) \rightarrow f(t)$. $\varphi = \frac{f(t)}{R}$ - очень похоже на кулоновский потенциал, чтобы совсем превратить в кулоновский, надо положить $f(t) = q$. Итак, окончательно, поле точечного заряда

$$2) \quad \varphi(\vec{r}, t) = \frac{q}{R}$$

Если есть некоторое распределение зарядов, то переходим к плотности $dq = \rho dV$ и интегрируем по dV :

$$3) \quad \varphi(x, y, z, t) = \int \frac{1}{R} \rho(x', y', z', t - \frac{R}{c}) dV' + \varphi_0$$

где $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$, φ_0 - произвольное решение однородного уравнения; или $\varphi(\vec{r}, t) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{R}{c})}{R} dV_2$

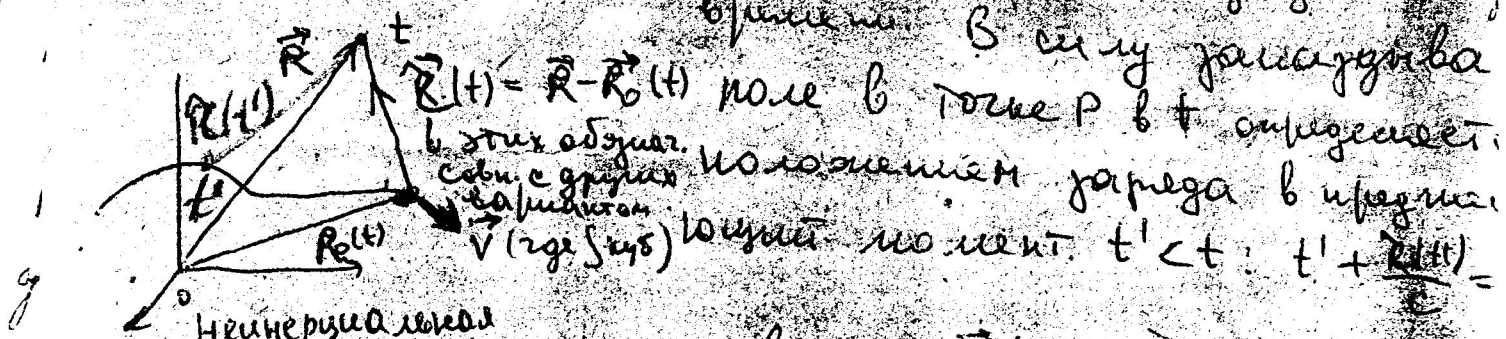
Основному уравнению для $\vec{A}$ имеет ту же структуру, то его решение имеет вид

$$4) \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - \frac{R}{c})}{R} dV_2 + \vec{A}_0$$

Из (3), (4) дают общее решение уравнений Максвелла. Поле $\vec{E}$, мы находим $\vec{E} = -\nabla \varphi$, или находим $\vec{H}$, или потенциалы

Статический предел $\psi(t) \rightarrow -1/2 \beta v$, $\vec{A} = \frac{1}{c} \int \vec{j} \frac{dV}{R}$ О.К.

Выбор потенциала Лоренца-Вихерта (Лоренца, и
исходный заряд движ. по траектории $\vec{R} = \vec{R}_0(t)$. $\vec{R}_0(t)$ - то
наблюдение в момент t , следен $\vec{R}(t)$ - зарядная
время. В силу замедления



Система (K), в которой заряд в точке $\vec{R}_0(t')$ покоится, тогда

$$\psi = \frac{e}{R(t')} \quad \vec{A} = 0 \quad (1) \quad , \quad \psi = \frac{e}{c(t-t')} \quad \vec{A} = 0$$

Чтобы найти поле в произвольной (инерциальной)
системе такой вектор $\vec{A}'$, чтобы при $v=0$ получ

Рассмотрим $\vec{R}^M = [c(t-t'), \vec{R} - \vec{R}_0(t')]$ и составим скал

$$u^M = \gamma(1, \vec{v}/c)$$

$$u^M \vec{R}^M = \gamma [c(t-t') - \frac{\vec{v}}{c} \cdot (\vec{R} - \vec{R}_0(t'))] \Big|_{v=0} = \gamma c(t-t')$$

Итак, что $A^M = e \frac{u^M}{u^M R^M} \Rightarrow A^0 = \psi = \frac{e \cdot \gamma}{(\vec{R}' - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{R}') \gamma} = \frac{e}{\vec{R}' - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{R}'}$

$$\vec{A} = \frac{e \vec{v}/c \cdot \gamma}{\gamma (\vec{R}' - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{R}')} = \frac{e \vec{v}}{c (\vec{R}' - \frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{R}')} = \frac{\vec{v}}{c} \psi$$

Здесь $\vec{R}'$ и $\vec{v}$ - берется в момент t' !

$$b) \quad t_N = t - \frac{z_N}{c}, \quad \Delta t = t_N - t_1 = \frac{z_1 - z_N}{c} = \frac{b}{c}, \text{ время}$$

$$f = v \cdot \frac{b}{c}, \quad b = \frac{a}{1 - \beta} \quad \text{где } \beta \text{ — скорость } b$$

no more $\frac{.52}{c}$ $\frac{1}{c}$ $\frac{1}{c}$

$\varphi = \frac{1}{\epsilon'} \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$. Вдоль $\vec{z}'$ в общем случае

$$\psi = \frac{q}{2} - \frac{\vec{v} \cdot \vec{z}'}{c} \quad (5)$$

Аналогично, задав зависимость потенциала (4), переходя к плотности тока $\vec{j} = \rho \vec{v}$, находим

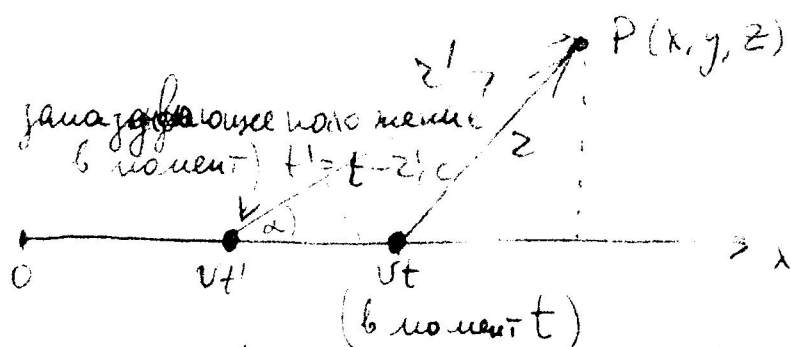
$$(6) \quad \vec{A} = \frac{1}{c} \frac{q \vec{v}}{z' - \frac{v z'}{c}}$$

Выражение (5) и (6) сего
потенциала на вращающемся вращающемся.

Зная выражения для потенциалов Минора-Вихерта, мы можем как частный случай рассмотреть поле заряда, движущееся с постоянной скоростью прямолинейно. Мы уже вычислили эти поле, переходя от одной системы к другой с помощью преобразования Лоренца. Возникает вопрос: были ли написаны на полтора раньше СТО. Тем не менее СТО содержалась в них, и именно из них Лоренц получил свои преобразования. Поэтому это, пользуясь потенциалами Мин.-Вихерта (т.е. теория Максвелла)

Позд заряд движется вдоль X со скор. V . На интерес
оие в точке $P(x, y, z)$. Если в момент $t=0$ заряд q ^{находится}

в момент t $x=vt, y=z=0$



запаздывание по времени
в момент $t' = t - z/c$

Нам нужен z' с учетом
запаздывания.

В момент t' свет в точке $x=vt'$, так что $z' = \sqrt{(x-vt')^2 + y^2 + z^2}$
это система относительно z', t'

$$z' = c(t - t'), \text{ и } z^2, \text{ в } t^2 \quad c^2(t - t')^2 = (x - vt')^2 + y^2 + z^2 \text{ или}$$

$$t'^2(v^2 - c^2) - 2t'(xv - c^2t) + x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

$$t' = \frac{xv - c^2t \pm \sqrt{(xv - c^2t)^2 - (v^2 - c^2)(x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2)}}{v^2 - c^2}$$

Подставляем выражение: $x^2(v^2 - c^2) - 2xvc^2t + c^4t^2 - (v^2 - c^2)(y^2 + z^2) + v^2c^2t^2 - c^4t^2$
 $= c^2[x^2 - 2xvt + (vt)^2 + (1 - v^2/c^2)(y^2 + z^2)]$

$$t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2} \pm \frac{1}{c} \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - v^2/c^2)(y^2 + z^2)}}{1 - v^2/c^2}$$

Т.к. $t' < t$
то выбираем
знак "-"

теперь $z' = c(t - t')$

Нам еще надо вычислить $\vec{r} \cdot \vec{z}'$. Проекция $\vec{r}$ на $\vec{z}'$ есть $v \cos \alpha$
 $\cos \alpha = (x - vt')/z'$, поэтому $\vec{r} \cdot \vec{z}' = v(x - vt')$, а без знаменателя

$$t(\vec{r}) \text{ равен } c(t - t') - \frac{v}{c}(x - vt') = c\left[t - \frac{vx}{c^2} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)t'\right] =$$

$$= c\left\{t - \frac{vx}{c^2} - \left[t - \frac{vx}{c^2} - \frac{1}{c} \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - v^2/c^2)(y^2 + z^2)}\right]\right\}$$

2. Итак, $\varphi = \frac{q}{\sqrt{(x-vt)^2 + (1-\frac{v^2}{c^2})(y^2+z^2)}} = \frac{q}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \sqrt{\left(\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 + y^2 + z^2}}$

вынесем $(1-\frac{v^2}{c^2})$: $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \sqrt{\left(\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 + y^2 + z^2}$

$\varphi = \frac{q}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \sqrt{\left(\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)^2 + y^2 + z^2}}$ - в лабораторной системе

в системе, движущейся с зарядом, $v'=0$ и

$\varphi' = \frac{q}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$, откуда $x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ и $y' = y, z' = z$

Именно так и получил Лоренц свои преобразования, однако понаблюдались фундаментальные экспериментальные факты об постоянстве скорости света и принцип Эйнштейна, когда появилась СТО. Кстати, основополагающая работа Эйнштейна так и называется «К электродинамике движущихся сред». 1905.

Самым простым представлением радиозлучения является представление о нем как о плоской волне. Рассмотрим поле движущегося заряда как многолучевую волну.

$\varphi(z,t) = \int \varphi_\omega(z) e^{-i\omega t} d\omega$, $\vec{A}(z,t) = \int \vec{A}_\omega e^{-i\omega t} d\omega$

$\rho = \int \rho_\omega e^{-i\omega t} d\omega$, $\vec{j} = \int \vec{j}_\omega e^{-i\omega t} d\omega$

Рассмотрим $\varphi = \int \frac{\rho_\omega(z)}{R} d\omega \rightarrow \varphi_\omega e^{-i\omega t} = \int \rho_\omega \frac{e^{-i\omega(t-R/c)}}{R} dV$ $\begin{matrix} -i\omega t \\ e^{-i\omega R/c} \\ k = \omega/c \end{matrix}$

$\varphi_\omega = \int \rho_\omega \frac{e^{ikR}}{R} dV$ и $\vec{A}_\omega = \frac{1}{c} \int \vec{j}_\omega \frac{e^{ikR}}{R} dV$

Заметим, что φ_ω является решением обобщенного уравнения Пуассона

$\Delta \varphi_\omega + k^2 \varphi_\omega = -4\pi \rho_\omega$